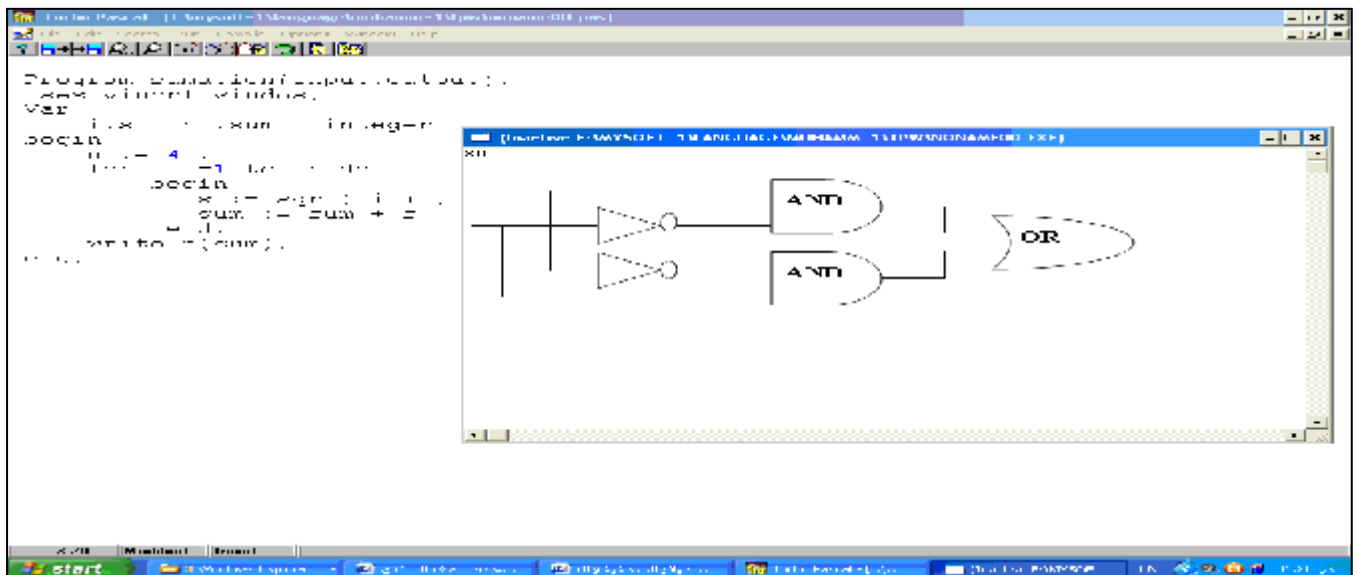


علوم الحاسوب

للف الثالث الثانوي
الباب الأول

الدوائر المنطقية و العد الثنائي



الباب الأول
الدوائر المنطقية و العد الثنائي
القسم الأول : الدوائر المنطقية

تمهيد :

يسمى المتغير متغيراً منطقياً إذا اتخذ دائماً إحدى القيمتين :

١. صواب True ويرمز لها بالواحد المنطقي (١).

٢. خطأ False و يرمز لها بالصفر المنطقي (٠).

➤ يمكن تمثيل المتغير المنطقي فيزيائياً (مادياً) بالمفتاح الكهربى لأن المفتاح الكهربى إما أن يكون في حالة توصيل (موصل للتيار) فتقابلها القيمة المنطقية (صواب ، ١) أو حالة انفصال (فاصل للتيار) و تقابلها القيمة المنطقية (خطأ ، ٠) .

➤ في هذا المقرر سنسمي المتغيرات المنطقية و المفاتيح الكهربائية التي تمثلها فيزيائياً على النحو

التالي : ١م ، ٢م ، ٣م ،

س : في الجبر العادي : المتغيرات العددية (س ، ص ، ...) تخضع لعمليات حسابية مثل الجمع (س + ص) والضرب (س × ص). فهل هنالك عمليات يمكن أن تُجرى على المتغيرات المنطقية ؟

ج :نعم هنالك عمليات أو علاقات منطقية والنتائج لا يكون عدداً حقيقياً كما في الجبر العادي ، ولكنه يكون قيمة منطقية (صواب ، ١) أو (خطأ ، ٠).

العمليات أو العلاقات المنطقية :

المنطق الرياضي	الجبر المنطقي (المكافئ المنطقي)	الجبر (جبرياً)	المعنى
١م و ٢م And	$١م \wedge ٢م$	$١م \times ٢م$	يكون ناتج العلاقة (صواب ، ١) إذا كان كل من ١م و ٢م (صواب ، ١) ويكون الناتج (خطأ ، ٠) فيما عدا ذلك .
١م أو ٢م Or	$١م \vee ٢م$	$١م + ٢م$	يكون ناتج العلاقة (خطأ ، ٠) إذا كان كل من ١م و ٢م (خطأ ، ٠) و يكون الناتج (صواب ، ١) فيما عدا ذلك .

➤ عملية النفي أو المعكوس Not حيث $\overline{١م}$ يأخذ قيمة معاكسة منطقياً ل ١م .

جدول الصواب:

س : ما هي أهمية جدول الصواب؟

ج : يبين الحالات التي تكون فيها الدائرة قيمتها (توصيل ، ١) والحالات التي تكون فيها الدائرة قيمتها (انفصال ، ٠) كما يمكن الاستفادة منه في التحقق من تكافؤ الدوائر المنطقية وصحة الاختصار .

و فيما يلي جدول الصواب للعلاقات المنطقية :

١م	٢م	١م ١م ^ ٢م	١م ١م V ٢م
١	١	١	١
١	٠	٠	١
٠	١	٠	١
٠	٠	٠	٠

في هذا الجدول كان عدد الحالات المنطقية الممكنة هو ٤ لأنه لدينا متغيران ١م و ٢م . لأن عدد الحالات الممكنة 2^n حيث n : عدد المتغيرات ، $2^2 = 4$ أما إذا كانت لدينا ثلاثة متغيرات ١م ، ٢م ، ٣م فيكون عدد الحالات $2^3 = 8$ كما سنرى لاحقاً

أما علاقة أو عملية النفي NOT فلها الجدول التالي :

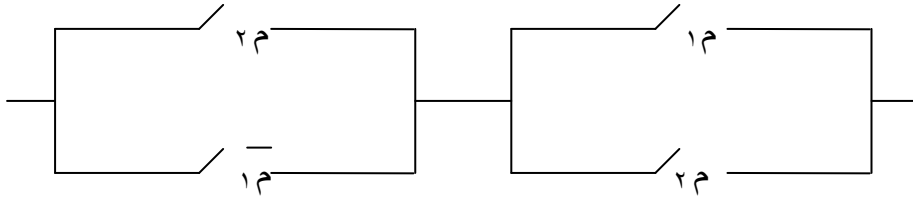
١م	١م
١	٠
٠	١

عزيزي الطالب : إذا وجد مفتاح ما اسمه ١م و آخر اسمه ٢م فهذا يعني أن قيمة ٢م تكون دائماً معاكسة ل ١م أي عندما يكون ١م في حالة توصيل يكون ٢م في حالة انفصال وعندها يكون ١م في حالة توصيل (متعاكسان)

التمثيل الفيزيائي للعلاقات المنطقية

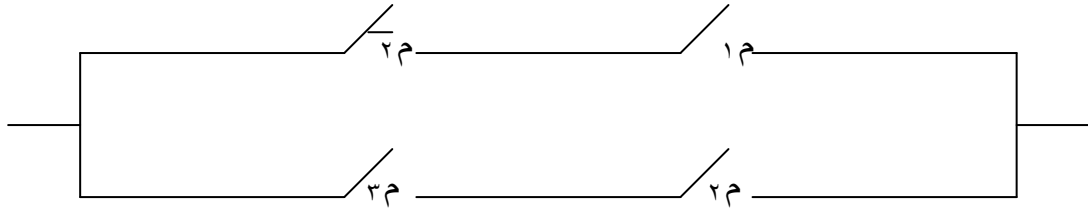
س : لماذا يتم تمثيل العلاقة المنطقية "و" بتوصيل المفاتيح على التوالي ؟ ج: العلاقة "و" يكون ناتجها (٠) في حالة وجود أي (٠) في معاملاتها (١م ، ٢م) انظر إلى جدول الصواب وهذا يشبه تماماً توصيل المفاتيح على التوالي لأن وجود مفتاح في حالة (انفصال) يعني عدم مرور التيار فتكون قيمتها المنطقية (٠) في هذه الحالة .	التوصيل على التوالي (١م ١م ^ ٢م)
س: لماذا يتم تمثيل العلاقة المنطقية "أو" بتوصيل المفاتيح على التوازي ؟ ج: العلاقة "أو" يكون ناتجها (١) في حالة وجود أي (١) في معاملاتها (١م ، ٢م) انظر إلى جدول الصواب وهذا يشبه تماماً توصيل المفاتيح على التوازي لأن وجود أي مفتاح في حالة (توصيل) يعني مرور التيار فتكون قيمتها المنطقية (١) في هذه الحالة .	التوصيل على التوازي (١م ١م V ٢م)

مثال : أوجد ناتج الدائرة أدناه (المكافئ المنطقي) ؟ ثم عبّر عنه جبرياً.



الحل : $(2m \vee 1m) \wedge (2m \vee 1m\text{-bar})$ و جبرياً : $(2m + 1m\text{-bar}) \times (2m + 1m)$

مثال : كوّن جدول الصواب للدائرة أدناه ؟



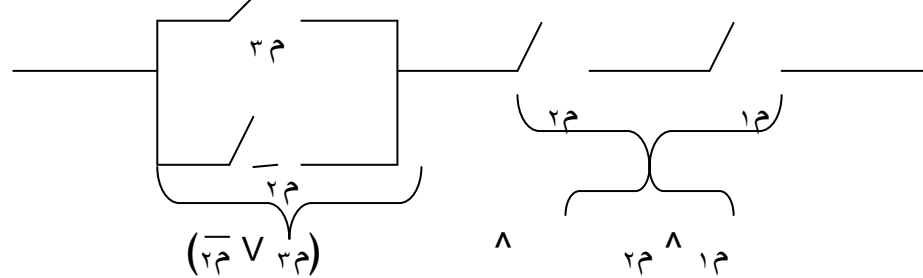
أولاً: نوجد المكافئ المنطقي وهو : $(2m \wedge 1m) \vee (2m \wedge 3m)$

ثانياً : عدد المتغيرات أو المفاتيح الأساسية 3 وهي $(1m, 2m, 3m)$ أي أن عدد الحالات $2^3 = 8$

الدائرة $(2m \wedge 1m) \vee (2m \wedge 3m)$	$2m \wedge 1m$	$2m \wedge 1m\text{-bar}$	$2m\text{-bar}$	$3m$	$2m$	$1m$
1	1	0	0	1	1	1
0	0	0	0	0	1	1
1	0	1	1	1	0	1
1	0	1	1	0	0	1
1	1	0	0	1	1	0
0	0	0	0	0	1	0
0	0	0	1	1	0	0
0	0	0	1	0	0	0

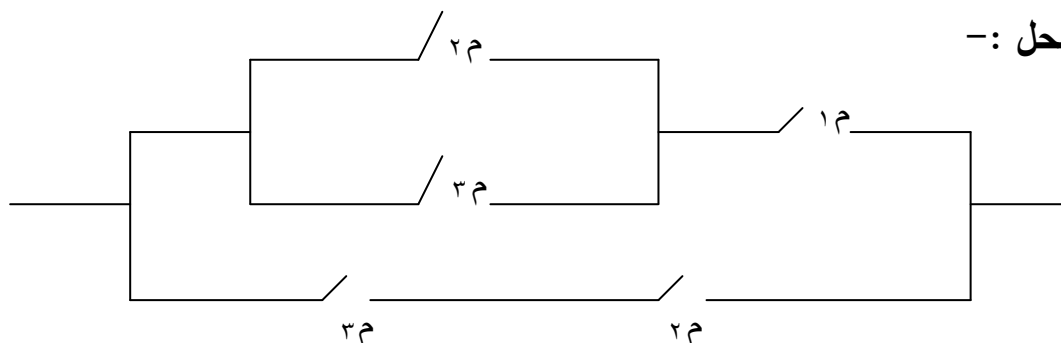
مثال : ارسم الدائرة المنطقية المكافئة للتعبير المنطقي $1m \wedge 2m \wedge (2m \vee 3m\text{-bar})$

الحل : العمليات $\wedge$ تمثل بالتوصيل على التوالي بينما $\vee$ على التوازي ، وعليه تكون الدائرة على النحو التالي



مثال : ارسم الدائرة المنطقية المكافئة للتعبير المنطقي $((م_٢ \vee م_٣) \wedge م_١) \vee (م_٢ \wedge م_٣)$

الحل :-



قواعد وقوانين في الجبر المنطقي :

قاعدة (٢) توزيع الجمع على الضرب ($\vee$ على $\wedge$)

$$= (م_٢ \wedge م_٣) \vee م_١$$

$$(م_٢ \vee م_٣) \wedge (م_٢ \vee م_٣)$$

$$= (م_٢ \times م_٣) + م_١$$

$$(م_٢ + م_٣) \times (م_٢ + م_٣)$$

هذه الخاصية لا يحققها الجبر العادي حيث

$$س + (ص \times ع) \neq (س + ص) \times ع$$

قاعدة (١) توزيع الضرب على الجمع ($\wedge$ على $\vee$)

$$= (م_٢ \vee م_٣) \wedge م_١$$

$$(م_٢ \wedge م_٣) \vee (م_٢ \wedge م_٣)$$

$$= (م_٢ + م_٣) \times م_١$$

$$(م_٢ \times م_٣) + (م_٢ \times م_٣)$$

هذه الخاصية يحققها الجبر العادي أيضاً حيث

$$س \times (ص + ع) = (س \times ص) + (س \times ع)$$

القوانين :

١. تكرار المفتاح لا يعني شيء أو كأنه المفتاح نفسه ، فتكون الصيغة المنطقية للقانون هي:

$$(أ) \text{ (التوصيل على التوالي : } م_١ \wedge م_١ = م_١ \text{) (ب) (التوصيل على التوازي : } م_١ \vee م_١ = م_١$$

٢. المفتاح الحاكم: إذا كان $م_١$ و $م_٢$ موصلين على التوالي ثم $م_١$ يتصل بهما مرة أخرى على التوازي

فإن الحاكم هو $م_١$. وبالتالي تكون الصيغة المنطقية للقانون هي :

$$م_١ = (م_٢ \wedge م_١) \vee م_١ \text{ وجبرياً } م_١ = (م_٢ \times م_١) + م_١$$

٣. المفتاح الحاكم: إذا كان $م_١$ و $م_٢$ موصلين على التوازي ثم $م_١$ يتصل بهما مرة أخرى على التوالي

فإن الحاكم هو $م_١$. وبالتالي تكون الصيغة المنطقية للقانون هي :

$$م_١ = (م_٢ \vee م_١) \wedge م_١ \text{ وجبرياً } م_١ = (م_٢ + م_١) \times م_١$$

٤. توصيل المفتاح مع معكوسه

(أ) إذا كان $م_١$ و $م_٢$ موصلين على التوالي فإن النتيجة "فاصل التيار" : $م_١ \wedge م_١ = ٠$

(ب) إذا كان $م_١$ و $م_٢$ موصلين على التوازي فإن النتيجة "موصل التيار" : $م_١ \vee م_١ = ١$

نتائج مهمة :

النتيجة	المعنى
$1^1 = 1$	ضرب أي متغير أو مقدار $\times 1$ = المتغير أو المقدار نفسه (العنصر المحايد للضرب)
$0^1 = 0$	ضرب أي متغير أو مقدار $\times$ صفر = صفر ، وجود (0) في 1 يعني أن الناتج (0)
$1^1 = 1$	وجود أي 1 في عملية $\vee$ يكون الناتج 1 بغض النظر عن المتغيرات الأخرى
$0^1 = 0$	جمع أي (0) مع متغير يكون الناتج المتغير نفسه (العنصر المحايد للجمع)

اختصار الدوائر المنطقية :

يمكن الاستفادة من القواعد ، القوانين و النتائج السابقة في تبسيط الدوائر المنطقية ليكون عدد المفاتيح اللازمة أقل ما يمكن. علماً بأن الدائرة المختصرة تؤدي نفس عمل الدائرة قبل الاختصار.

س : ما هي أهمية اختصار الدائرة المنطقية؟

- تقليل التكلفة المادية للتصميم .
- زيادة الكفاءة : البيانات تعبر الدائرة المختصرة في وقت أقل من الدائرة الكبيرة.

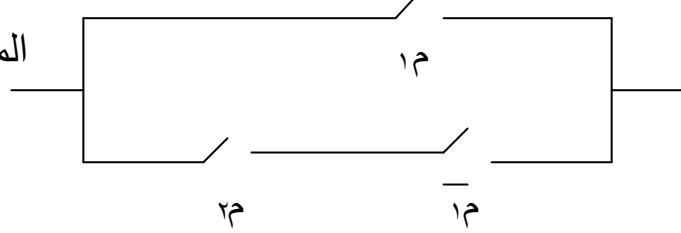
مثال : اختصار الدائرة أدناه

المكافئ المنطقي للدائرة هو $\overline{m} \vee (m^1 \wedge \overline{m}^2)$

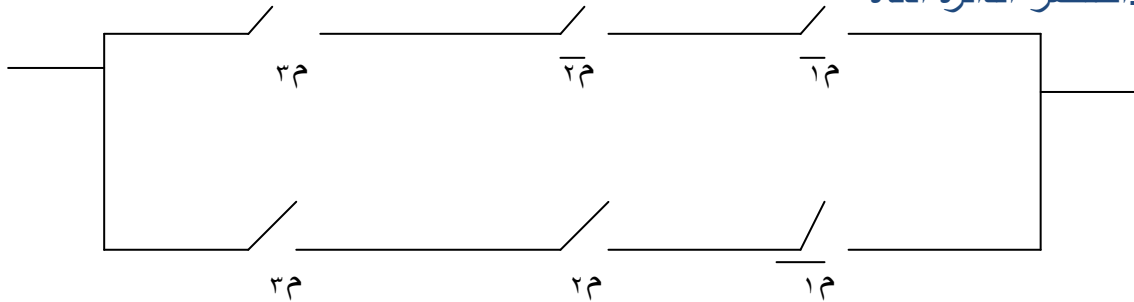
$$= (m \vee \overline{m}) \wedge (\overline{m}^2 \vee m^1)$$

$$= 1 \wedge (\overline{m}^2 \vee m^1)$$

$$= \overline{m}^2 \vee m^1$$



مثال : اختصار الدائرة أدناه



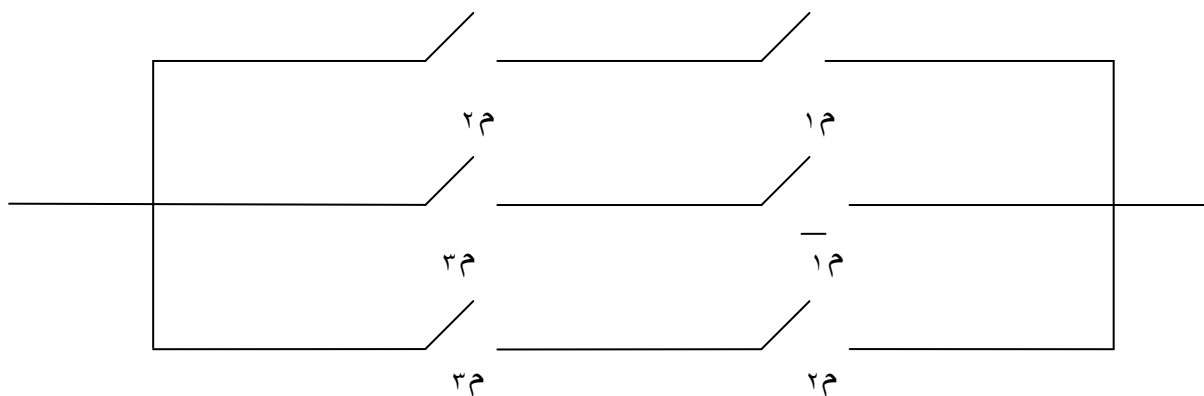
الحل :

المكافئ المنطقي للدائرة $(\overline{m}^1 \wedge \overline{m}^2 \wedge \overline{m}^3) \vee (\overline{m}^1 \wedge \overline{m}^2 \wedge m^3) \vee (\overline{m}^1 \wedge m^2 \wedge \overline{m}^3) \vee (\overline{m}^1 \wedge m^2 \wedge m^3) \vee (m^1 \wedge \overline{m}^2 \wedge \overline{m}^3) \vee (m^1 \wedge \overline{m}^2 \wedge m^3) \vee (m^1 \wedge m^2 \wedge \overline{m}^3) \vee (m^1 \wedge m^2 \wedge m^3)$

$(\overline{m}^1 \wedge \overline{m}^2 \wedge \overline{m}^3) \vee (m^1 \wedge \overline{m}^2 \wedge \overline{m}^3)$ عامل مشترك بين حدي عملية " $\vee$ " لذا يمكن استخراجه فيكون الناتج

$$(\overline{m}^1 \wedge \overline{m}^2) \vee (m^1 \wedge \overline{m}^2) = \overline{m}^2 \vee m^1 = \overline{m}^2 \vee m^1$$

مثال : اختصر الدائرة أدناه :



الحل :

$$= (1 \wedge 2) \vee (1 \wedge \overline{2}) \vee (\overline{1} \wedge 2)$$

(بضرب الحد الأخير $(1 \times)$ ثم نستبدل ال (1) بالمقدار المنطقي $(1 \vee \overline{1})$)

$$= (1 \wedge 2) \vee (1 \wedge \overline{2}) \vee (\overline{1} \wedge 2)$$

$$= (1 \wedge 2) \vee (1 \wedge \overline{2}) \vee (\overline{1} \wedge 2)$$

$$= \underline{(1 \wedge 2)} \vee \underline{(\overline{1} \wedge 2)} \vee (1 \wedge \overline{2})$$

لاحظ أن $(1 \wedge 2)$ موجود في الحد الأول و الثالث بينما $(\overline{1} \wedge 2)$ في الحد الثاني و الرابع فيمكن

استخراجهما كعوامل مشتركة فيكون الناتج كالآتي :

$$= [(1 \wedge 2) \vee (\overline{1} \wedge 2)] \vee (1 \wedge \overline{2})$$

$$= [2 \wedge (1 \vee \overline{1})] \vee (1 \wedge \overline{2})$$

$$= 2 \vee (1 \wedge \overline{2})$$

مثال : اختصر الدائرة أدناه :

المكافئ المنطقي هو :

$$(1 \wedge 2) \vee (1 \wedge \overline{2}) \vee (\overline{1} \wedge 2)$$

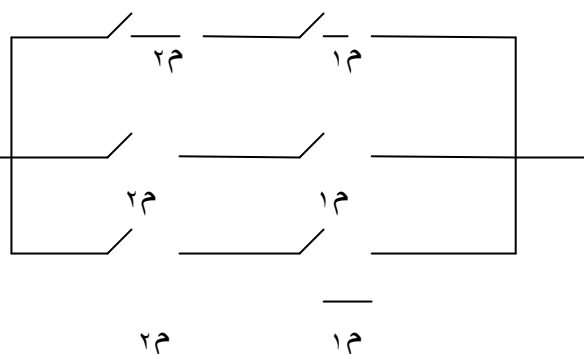
باستخراج $\overline{1}$ الموجود في الحد الأول و الثالث

$$= (1 \wedge 2) \vee [(\overline{1} \wedge 2) \vee (1 \wedge \overline{2})]$$

$$= (1 \wedge 2) \vee (2 \wedge (1 \vee \overline{1}))$$

$$= 2 \vee (1 \wedge 2)$$

$$= (1 \wedge 2) \vee 2 = 2$$

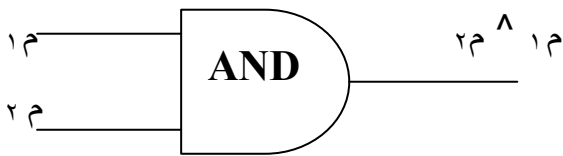


أشكال المصطلح الهندسي (الصمامات أو البوابات المنطقية)

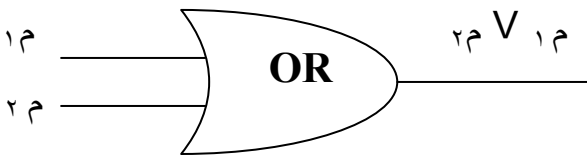
الصمامات المنطقية هي التطبيق الهندسي للعلاقات المنطقية ، وهناك ثلاثة صمامات أساسية وثلاثة أخرى مُشتقة منها .

تعريف: الدائرة المنطقية هي دائرة تتكون من مجموعة من الصمامات أو البوابات المنطقية إذا أُغلقت البوابة مُثلت منطقياً بالواحد و فيزيائياً بوجود التيار و إذا فُتحت البوابة مُثلت منطقياً بالصفر و فيزيائياً بعدم وجود التيار .

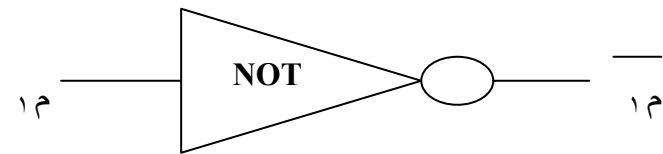
الصمامات المنطقية الأساسية :



١. صمام " و " AND



٢. صمام " أو " OR



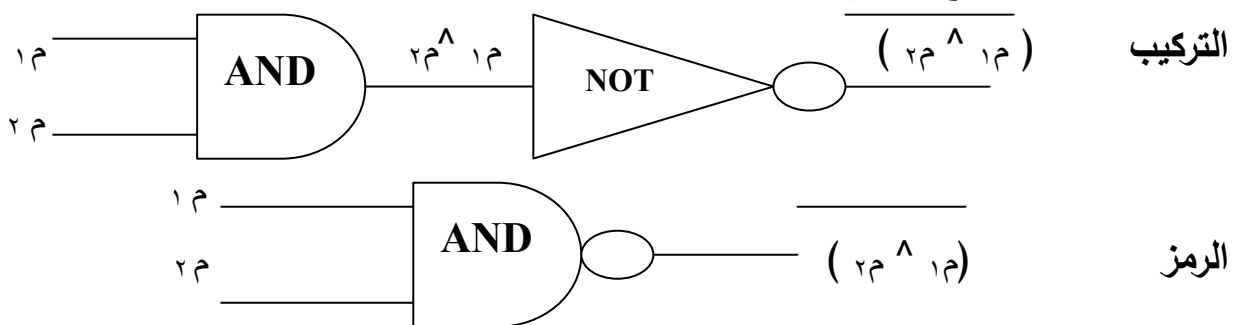
٣. صمام النفي NOT

تستخدم هذه الصمامات في تركيب صمامات أخرى لها أغراض مختلفة في تصميم الدوائر المنطقية ، وفيما يلي نواصل سرد الصمامات المنطقية المُشتقة من الصمامات الأساسية أنفة الذكر

الصمامات المنطقية المشتقة

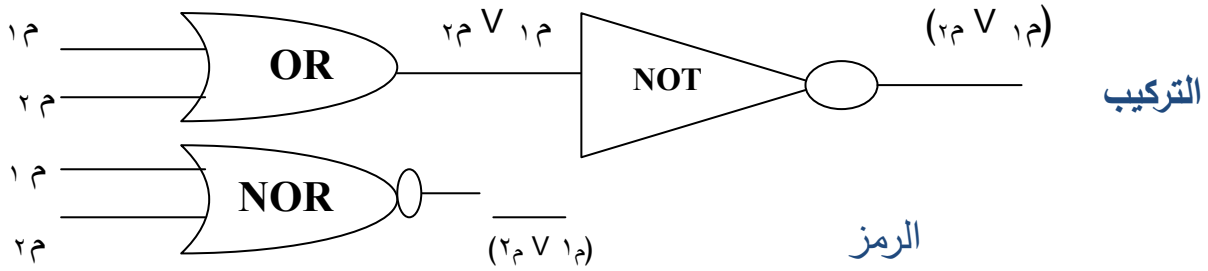
٤. صمام نفي "و" NOT AND (NAND)

وهو عبارة عن صمام AND يليه صمام NOT أي أن خرج هذا الصمام هو معكوس صمام AND كما هو موضح بالرسم وجدول الصواب



٥. صمام نفي "أو" (NOT OR) (NOR)

وهو عبارة عن صمام OR يليه صمام NOT أي أن خرج هذا الصمام هو معكوس صمام OR كما هو موضح بالرسم وجدول الصواب .



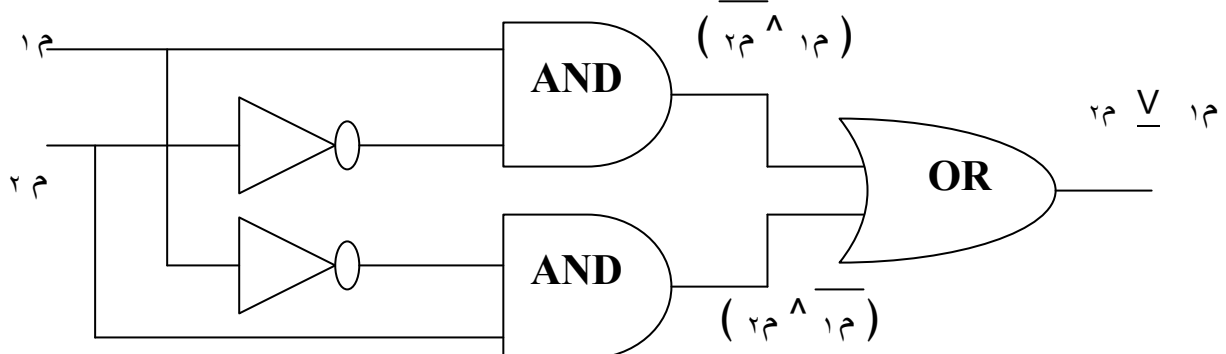
الصمام		AND	OR	NAND	NOR
1م	2م	$1م \wedge 2م$	$1م \vee 2م$	$1م \wedge 2م$	$1م \vee 2م$
1	1	1	1	1	0
1	0	0	1	0	1
0	1	0	1	0	1
0	0	0	0	1	1

٦. صمام "أو المنفرد" Exclusive OR (XOR)

وهو صمام خرجته (صواب ، ١) في حالة اختلاف قيم المدخلين و خرجته (خطأ ، ٠) في حالة اتفاقهما والرمز الرياضي له هو " $\underline{\vee}$ " حيث :

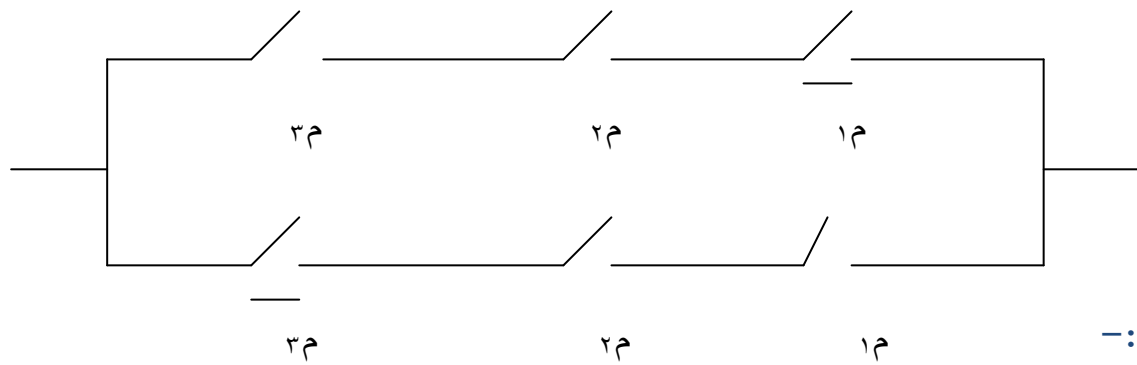
$$1م \underline{\vee} 2م = (1م \wedge 2م) \vee (\overline{1م} \wedge \overline{2م})$$

النتائج من توصيل الصمامات الأساسية حسب المكافئ المنطقي للصمام وجدول الصواب له

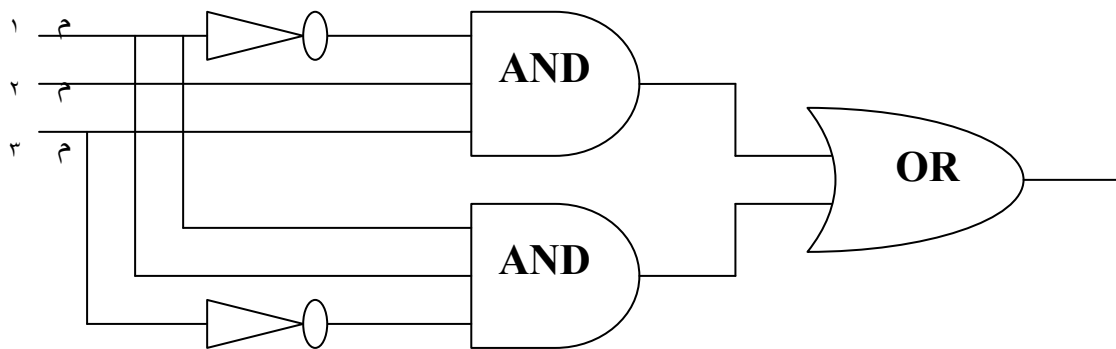


١م	٢م	١م	٢م	١م	٢م	١م	٢م
١	١	١	١	١	١	١	١
١	١	١	١	١	١	١	١
١	١	١	١	١	١	١	١
١	١	١	١	١	١	١	١

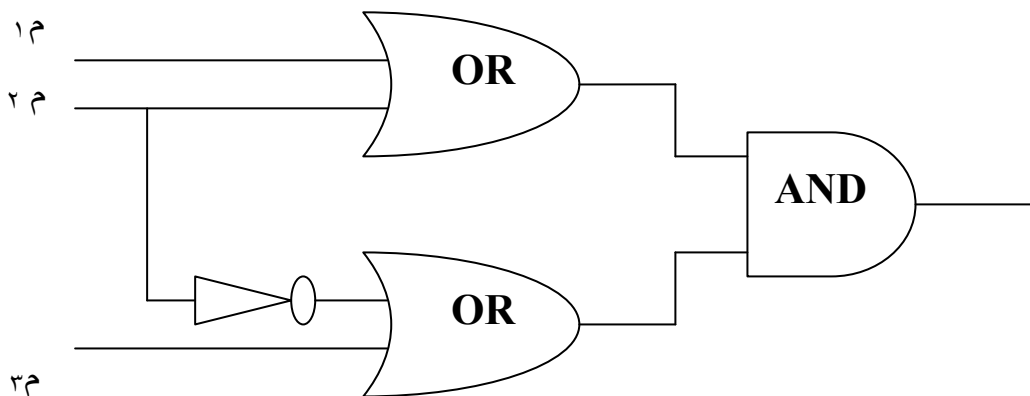
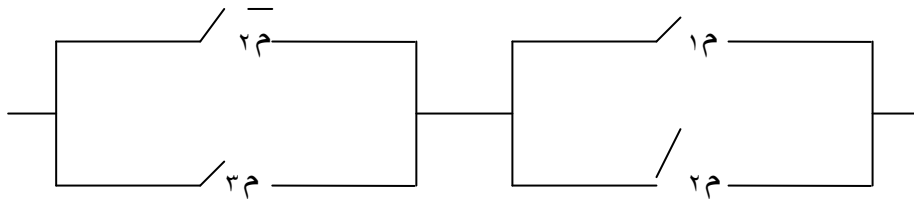
مثال : عبّر عن الدائرة المنطقية أدناه بأشكال المصطلح الهندسي (الصمامات المنطقية)



الحل :-



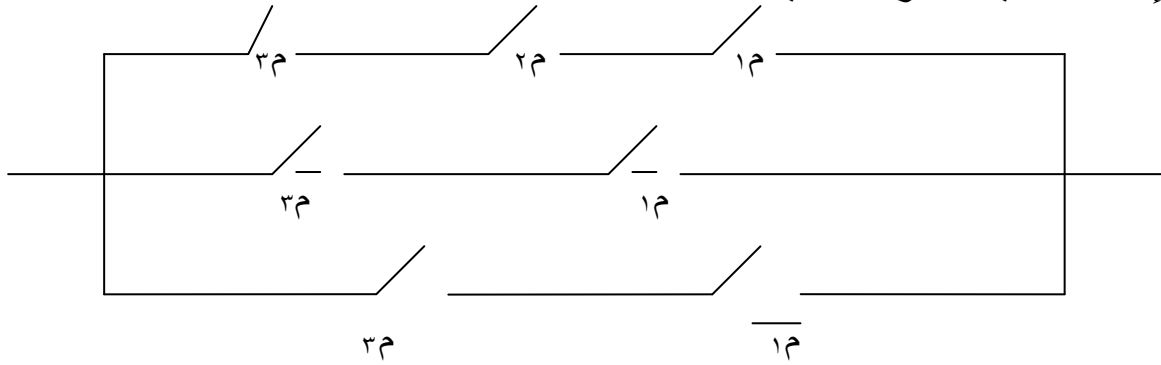
مثال : أعد رسم الدائرة أدناه مستخدماً أشكال المصطلح الهندسي (الصمامات المنطقية)



تمرين (١)

١. ما هو المتغير المنطقي ؟ وكيف يتم تمثيله فيزيائياً ؟
٢. عرّف الدائرة المنطقية ؟ وما هي أهمية جدول الصواب بالنسبة لها ؟
٣. لماذا يتم تمثيل العلاقة المنطقية " و " بتوصيل المفاتيح على التوالي بينما يتم تمثيل " أو " على التوازي ؟

٤. اكتب قاعدتي المنطق الجبري ثم اثبت صحة كل منهما مستعيناً بجدول الصواب ؟
٥. اشرح مستعيناً بالرسم و جدول الصواب طريقة عمل الصمامات المنطقية ؟
٦. إذا كانت لدينا الدائرة المنطقية أدناه :



- أ - جد المكافئ المنطقي للدائرة ب - أعد رسم الدائرة أعلاه مستخدماً الصمامات المنطقية
- ج - كون جدول الصواب للدائرة د - اختصر الدائرة ، ثم ارسم الدائرة المختصرة
٧. ارسم الدائرة التي تعبر عن المكافئ المنطقي $(١م \wedge ٢م \wedge ٣م) \vee (٢م \wedge ٣م)$

القسم الثاني العدد الثنائي

النظام العشري Decimal System

- يعتبر النظام العشري أكثر أنظمة العد استعمالاً من قبل الإنسان ، ولكن لماذا سمي بالعشري ؟
- لأنه يتكون من عشرة أرقام (٠ ، ١ ، ٢ ، ... ، ٩) والتي بدورها تشكل أساس النظام (١٠) .
- لنرى على سبيل المثال كيف تكون العدد العشري ٨٩٢٥,٦٢٥ : بالطبع بضرب أي خانة في وزنها و جمع نواتج الضرب كما يلي :

الوزن	10^{-3}	10^{-2}	10^{-1}		10^0	10^1	10^2	10^3
	٠,٠٠١	٠,٠١	٠,١	الفاصلة	١	١٠	١٠٠	١٠٠٠
الخانة	٥	٢	٦	,	٥	٢	٩	٨

- لكل خانة وزن أي مساهمة في تكوين العدد وتسمى الخانة في أقصى اليسار بالخانة الأكثر أهمية (الأكثر مساهمة) ففي هذا المثال نجد أنها خانة (الألوف "وزنها" $10^3 = 1000$) أي أن هذه ال (٨) عبارة عن (٨٠٠٠) ويقل وزن الخانة كلما اتجهنا نحو اليمين فقبل الفاصلة مباشرةً نلاحظ وجود خانة (الآحاد "وزنها" $10^0 = 1$) أي أن هذه ال (٥) عبارة عن (٥ آحاد = ٥) بالنسبة للأوزان نلاحظ أن الأساس ثابت $= 10$ بينما القوى تكون :
- ، ٣- ، ٢- ، ١- ، صفر ، ١ ، ٢ ، ٣ ، أي تزيد نحو اليسار وتقل نحو اليمين إلى أن تصل الخانة الأقل أهمية (وهي وزنها في هذا المثال $10^{-3} = 0,001$) ، نعود لنبين كيف يتكون العدد ببساطة (اضرب أي خانة $\times$ وزنها) واجمع الناتج .
- $$= 10^3 \times 8 + 10^2 \times 9 + 10^1 \times 2 + 10^0 \times 5 + 10^{-1} \times 6 + 10^{-2} \times 2 + 10^{-3} \times 5 =$$
- $$= 1000 \times 8 + 100 \times 9 + 10 \times 2 + 1 \times 5 + 0,1 \times 6 + 0,01 \times 2 + 0,001 \times 5 =$$
- $$= 8925,625 = 8000 + 900 + 20 + 5 + 0,6 + 0,02 + 0,005$$

النظام الثنائي Binary System

- النظام العشري مكون من عشرة أرقام و أساسه ١٠ والنظام الثنائي مكون من رقمين (٠ ، ١)
- وأساسه ٢ .

- يسمى كل من الصفر والواحد خانة ثنائية واحدة (bit) أما البايت (الثمانية) فيساوي ٨ ثنائيات .
- ما هي أهمية دراسة النظام الثنائي ؟ هو النظام الذي يتعامل به الحاسوب مع البيانات .
- تعريف : الحاسوب هو جهاز إلكتروني رقمي لا يتعامل مع البيانات أو المعلومات إلا وهي في الصورة الرقمية الثنائية والتي تمثل منطقياً بالصفر و الواحد وفيزيائياً بوجود تيار كهربائي وعدم

وجود التيار الكهربى ، فيقوم باستقبالها و معالجتها مع إمكانية تخزينها واسترجاعها بكفاءة عالية

التحويل من النظام الثنائى إلى النظام العشري :

يتم تحويل العدد الثنائى إلى مكافئه العشري (بضرب أي خانة × وزنها) وجمع الناتج .

مثال :حوّل العدد الثنائى ١٠٠١١١٠١ إلى مكافئه العشري ؟

الحل :-

الوزن	٢	١	٢	٣	٤	٥	٦	٧
	١	٢	٤	٨	١٦	٣٢	٦٤	١٢٨
الخانة	١	٠	١	١	١	٠	٠	١

وبضرب أي خانة × وزنها نحصل على :

$$\begin{aligned} & ٢ \times ١ + ١ \times ٢ + ١ \times ٤ + ١ \times ٨ + ١ \times ١٦ + ٠ \times ٣٢ + ٠ \times ٦٤ + ١ \times ١٢٨ = \\ & ١ \times ١ + ٠ \times ٢ + ١ \times ٤ + ١ \times ٨ + ١ \times ١٦ + ٠ \times ٣٢ + ٠ \times ٦٤ + ١ \times ١٢٨ = \\ & ١ + ٠ + ٤ + ٨ + ١٦ + ٠ + ٠ + ١٢٨ = \\ & ١٥٧ = ٢ (١٥٧) . \end{aligned}$$

➤ العدد أسفل القوس يدل على النظام الذى ينتمى إليه العدد المحصور بين القوسين .

مثال :-

حوّل العدد الثنائى ١٠١,١٠١٠١ إلى مكافئه العشري

الوزن	٢-٣	٢-٢	٢-١	٢	١	٢	٤	٥
	٠,١٢٥	٠,٢٥	٠,٥	١	٢	٤	٨	١٦
الخانة	١	٠	١	٠	١	٠	١	٠

الفاصلة الثنائية

$$\begin{aligned} & ١ \times ٠,١٢٥ + ٠ \times ٠,٢٥ + ١ \times ٠,٥ + ٠ \times ١ + ١ \times ٢ + ٠ \times ٤ + ١ \times ٨ + ٠ \times ١٦ = \\ & ٠,٦٢٥ + ٠ + ٠,٥ + ٠ + ٢ + ٠ + ٨ + ٠ = \\ & ٤٢,٦٢٥ = ٢ (٤٢,٦٢٥) . \end{aligned}$$

تحويل الأعداد من النظام العشري إلى النظام الثنائي

أولاً : تحويل الأعداد العشرية الصحيحة الموجبة إلى النظام الثنائي :

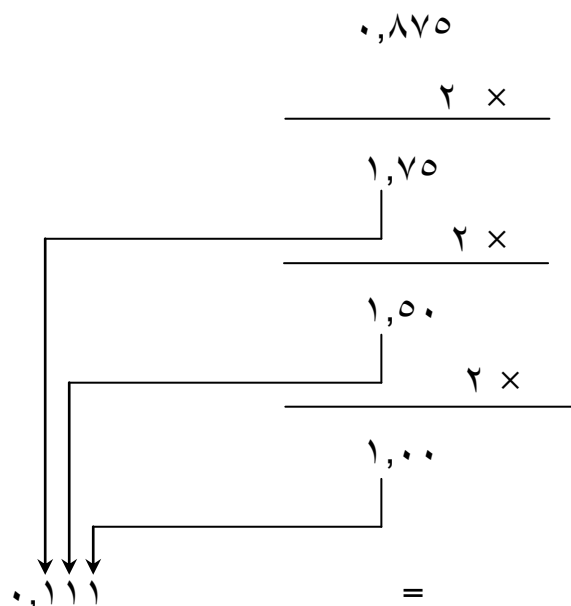
١. اقسم العدد العشري على ٢ (أساس النظام الثنائي المراد التحويل إليه) .
٢. احسب باقي القسمة (١ أو صفر) .
٣. اقسم ناتج القسمة السابق على ٢ كما في الخطوة ١ .
٤. احسب باقي القسمة كما في الخطوة ٢ .
٥. استمر في هذه العملية حتى تحصل على ناتج قسمة "صفر" و الباقي "١" .
٦. العدد الثنائي المطلوب هو عبارة عن بواقي القسمة مأخوذة من أسفل إلى أعلى و موضوعة من اليسار إلى اليمين .

مثال :-	مثال :-
حول العدد العشري (٥٤) إلى مكافئه الثنائي ؟	حول العدد العشري (٣٥) إلى مكافئه الثنائي ؟
الحل :-	الحل :-
$\begin{array}{r} 54 \div 2 \\ \hline 27 \div 2 \\ \hline 13 \div 2 \\ \hline 6 \div 2 \\ \hline 3 \div 2 \\ \hline 1 \div 2 \\ \hline 0 \end{array}$	$\begin{array}{r} 35 \div 2 \\ \hline 17 \div 2 \\ \hline 8 \div 2 \\ \hline 4 \div 2 \\ \hline 2 \div 2 \\ \hline 1 \div 2 \\ \hline 0 \end{array}$
$\begin{array}{r} \text{الباقي} \\ 0 \\ 1 \\ 1 \\ 0 \\ 1 \\ 1 \end{array}$	$\begin{array}{r} \text{الباقي} \\ 1 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{array}$
$2(110110) =$	$2(100011) =$

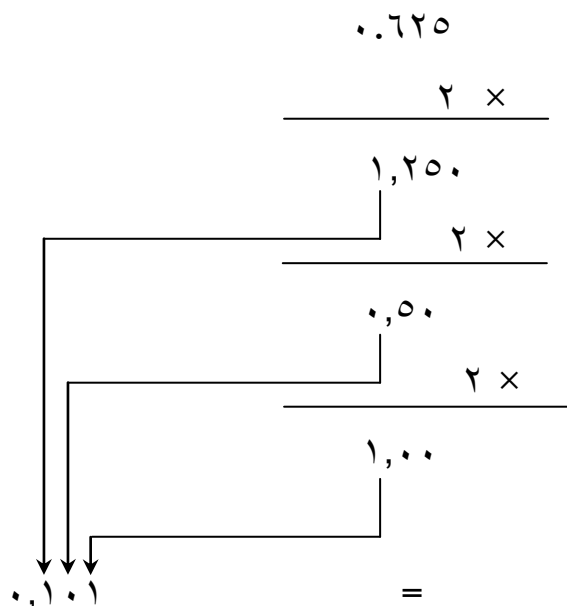
تحويل الكسر العشري إلى ثنائي :-

يتم تحويل الكسر العشري إلى مكافئه الثنائي بتكرار ضرب الكسر $\times 2$ حتى نحصل على ناتج ضرب (١,٠٠) أو حتى نحصل على الدقة المطلوبة (التقريب) .ينتج الكسر الثنائي بأخذ الأعداد الصحيحة الناتجة عن ضرب الكسور ، حيث تؤخذ من أعلى إلى أسفل وتضع من اليسار إلى اليمين اعتباراً من الفاصلة الثنائية .

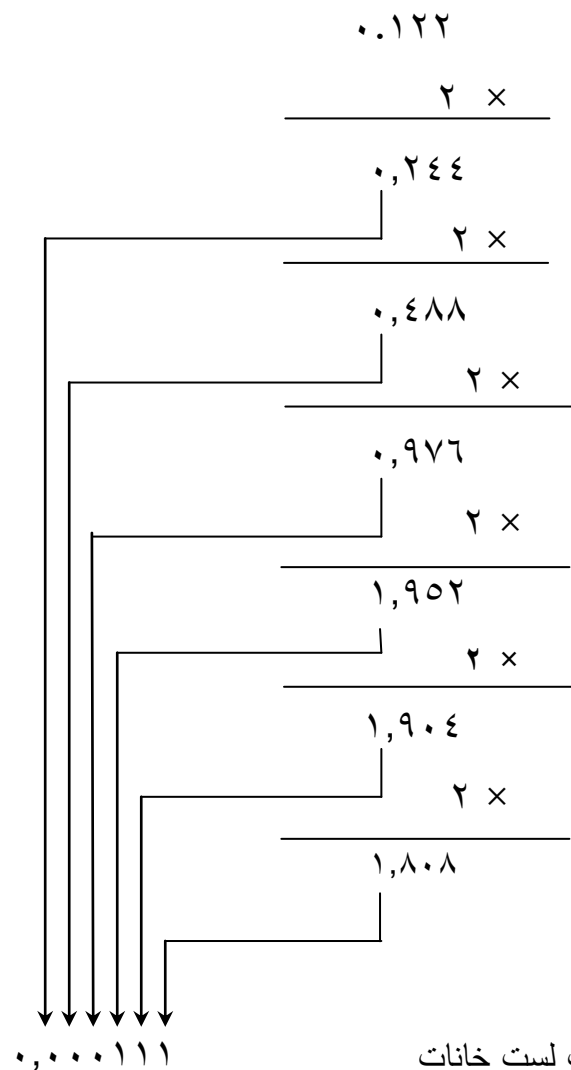
مثال :حول العدد (٠,٨٧٥) ١٠. إلى مكافئه الثنائي ؟



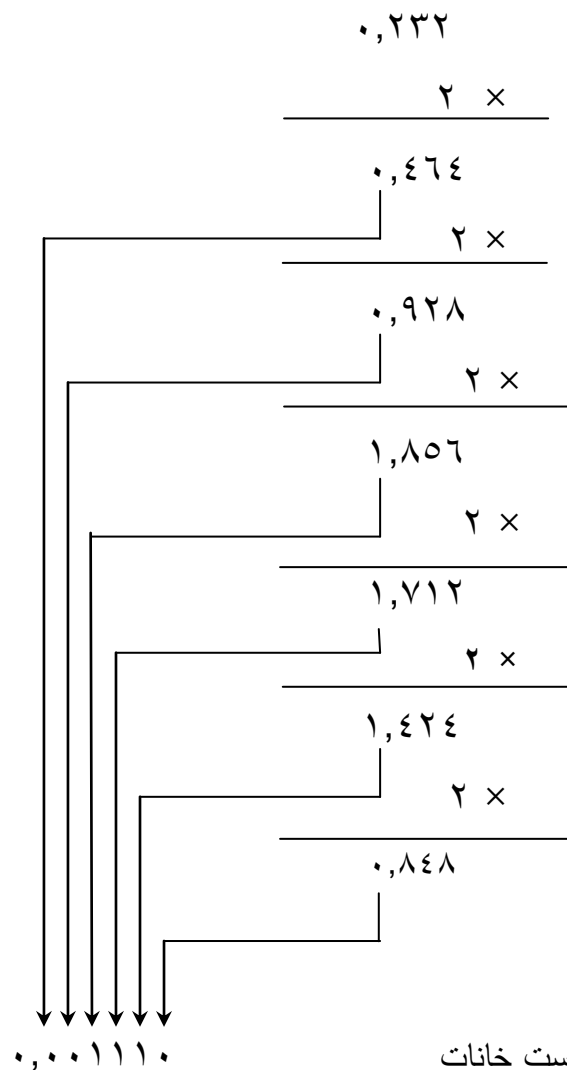
مثال :حول العدد (٠,٦٢٥) ١٠. إلى مكافئه الثنائي ؟



مثال :حول العدد (٠,١٢٢) ١٠. إلى مكافئه الثنائي



مثال :حول العدد (٠,٢٣٢) ١٠. إلى مكافئه الثنائي



مثال :- حول العدد العشري (٣٥,٦٢٥) إلى مكافئه الثنائي ؟ الإجابة : ١٠٠٠١١.١٠١
مثال :-

حول العدد الثنائي ١١١١١١١١١١

الحل :- يمكن أن تتبع الطريقة السابقة ، ولكن في حالة العدد المكون من آحاد فقط كما في هذا المثال فانه يوجد قانون ينص على أن هذا العدد الثنائي مكافئه العشري هو $٢^٠ - ١$ حيث ن عدد الخانات. في هذا المثال نجد $١٠ = ٢^٠ - ١ = ١ - ١٠٢٤ = ١٠٢٣$ ، العدد

■ هذه الفكرة ليست جديدة ففي النظام العشري العدد ٩٩٩٩ مثلاً يساوي $١٠^٤ - ١ = ١٠٠٠٠ - ١ = ٩٩٩٩$ (الاختلاف هنا في أن النظام العشري أساسه ١٠ بينما في الثنائي الأساس ٢ ، و التسعة أكبر رقم في النظام العشري بينما الواحد أكبر عدد في النظام الثنائي)

مثال : ما هو أكبر عدد ثنائي مكون من ٨ خانات ؟ وما هو مكافئه العشري ؟

الحل :- لكي نحصل على أكبر عدد ثنائي مكون من ٨ خانات يجب أن تكون كل قيم الخانات آحاد
■ (أكبر عدد في النظام) فيكون العدد هو ١١١١١١١١
■ أما المكافئ العشري فأسهل أن نستخدم القانون $٢^٠ - ١ = ١ - ٢٥٦ = ٢٥٥$

العمليات الحسابية على الأعداد الثنائية
أولاً : الجمع الثنائي

أما في النظام الثنائي فالجمع يكون على النحو التالي :- ٠ + ٠ = ٠ و المحمول ٠ ٠ + ١ = ١ و المحمول ٠ ١ + ٠ = ١ و المحمول ٠ ١ + ١ = ٠ و المحمول ١ لأن $٢(١٠) = ٢$ ١ + ١ + ١ = ١ و المحمول ١ لأن $٢(١١) = ٣$	في الجمع العشري عندما يكون ناتج الجمع أكبر من ٩ فانه يكون هنالك محمولاً يدخل في المرحلة التالية من الجمع . مثلاً (٨٩٥ + ٤٧٥) $\begin{array}{r} ١١ \\ ٨٩٥ \\ + ٤٧٥ \\ \hline ١٣٧٠ \end{array}$ المحمول $\longrightarrow$
مثال :- اجر عملية الجمع الثنائي الآتية :- $\begin{array}{r} ١١٠١١٠١١٠١,١٠١١١ \\ ١٠١١١١٠٠١,١٠١١ \\ \hline ١٠٠١١١٠٠١١١,٠١١٠١ \end{array}$	مثال :- اجمع ٣٥,٦٢٥ مع ٤٢,٨٧٥ ثنائياً ؟ المحمول $\begin{array}{r} ٠٠١١١١١ \\ ١٠١٠١٠,١١١ \\ ١٠٠٠١١,١٠١ \\ \hline ١٠٠١١١٠,١٠٠ \end{array}$

ثانياً : الضرب الثنائي :-

وهو يتم بنفس طريقة الضرب العشري مع مراعاة أن الجمع يكون ثنائياً

مثال :-

اضرب (١٥) $\times$ (١١) ثنائياً

الحل :-

بعد تحويل العددين من العشري إلى الثنائي :

$$\begin{array}{r} 1111 \\ \times 1011 \\ \hline 1111000 \\ + 111100 \\ + 11110 \\ + 1111 \\ \hline 10110101 \end{array}$$

ويمكن الجمع على مرحلتين مثلاً كما هو موضح أعلاه

مثال :-

اجر العملية الآتية :-

${}_2(11,11) \times {}_2(1,011)$

الحل :-

سنتجاهل الفاصلة الثنائية أثناء الضرب ثم نضعها عند كتابة النتيجة النهائية مثلما نتعامل مع النظام العشري .

$$\begin{array}{r} 1111 \\ \times 1011 \\ \hline 1111000 \\ + 111100 \\ + 11110 \\ + 1111 \\ \hline 10110101 \end{array}$$

ثالثاً : الطرح الثنائي :-

في النظام العشري إذا كانت خانة المطروح أكبر من المطروح منه فإننا نلجأ للاستلاف من جهة اليسار و إذا مرّ الواحد بخانات قيمها أصفار أثناء رحلته إلى الخانة التي دعتة، فإنه يحوّل الأصفار إلا تسعات (التسعة هي أكبر رقم في النظام العشري) . مثلاً :

$$\begin{array}{r} 9910 \\ - 9000 \\ \hline 347 \\ 8653 \end{array}$$

في النظام الثنائي نستلف ١ من جهة اليسار إذا كنا بصدد طرح ١ من صفر ، فإذا مرّ الواحد المستلف بأصفار أثناء رحلته إلى الخانة التي دعتة فإنه يحول تلك الأصفار إلى أحاد (الواحد هو أكبر الرقمين في النظام)

$$\begin{array}{r} 1000 \\ - 101 \\ \hline 011 \end{array}$$

هنا الواحد مستلف من خانة وزنها ٨ فيتوزع إلى ١٠ + ١٠ + ١٠ أي ٢ + ٢ + ٤

مثال :-

اجر العملية الآتية :

${}_2(101101,111) - {}_2(111,1001)$

الحل :-

$$\begin{array}{r} 101101,111 \\ - 111,1001 \\ \hline 100110,0101 \end{array}$$

مثال :-

اطرح ٧.٧٥ من ١٥ ثنائياً .

الحل :-

بعد التحويل من عشري إلى ثنائي :

$$\begin{array}{r} 1111,00 \\ - 111,11 \\ \hline 111,01 \end{array}$$

رابعاً: القسمة الثنائية :-

وتتم القسمة بطريقة القسمة المطولة مع مراعاة الطرح الثنائي :
ناتج القسمة

المقسوم عليه

المقسوم الأساسي

الباقى

الآن : كيف نحدد العدد الأكبر من بين عددين غير متساويين ؟

- بالطبع الاجابة على هذا السؤال في غاية الأهمية لأنه في كل مرحلة من مراحل القسمة المطولة نحتاج للمقارنة بين (العدد المقسوم الجزئي) و المقسوم .
- العدد الأكثر خانات هو الأكبر
- إذا تساوى العددين في عدد الخانات نقارن خانات العددين المتناظرة اعتباراً من اليسار متجهين نحو اليمين حتى نجد خانة قيمتها (١) تتأخرها خانة قيمتها (صفر) في العدد الآخر فيكون العدد الأكبر هو الذي قيمة خاتته (١)

■ 111.011 أكبر من 1.011

٦ خانات ٤ خانات
الأكبر

الأصغر 11.0111111

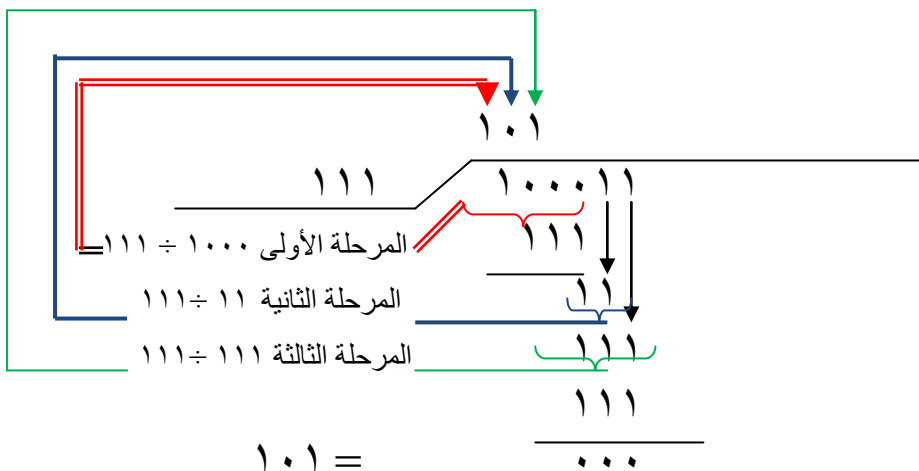
تساوى العددين في الخانتين الأولى والثانية من جهة اليسار ثم تفوق العدد الأعلى في الخانة الثالثة (١) مقابل (٠) في العدد الأسفل ليكون الأعلى هو الأكبر .

- في أي مرحلة من مراحل القسمة يكون هنالك عدد مقسوم (جزء من العدد المقسوم الأساسي) ÷ المقسوم عليه (فيما يلي نوضح الحالات الممكنة :
- يكون ناتج القسمة ١ و الباقي صفر إذا تساوى كل من المقسوم والمقسوم عليه
- ويكون الناتج ١ و يوجد باقى إذا كان المقسوم أكبر من المقسوم عليه
- يكون الناتج صفراً إذا كان المقسوم صفراً أو عدداً أصغر من المقسوم عليه (عندها يمكن انزال رقم من جهة اليمين إن وجد) ومواصلة القسمة
- بالطبع يتم الحصول على الباقي بعد طرح (ناتج القسمة × المقسوم عليه) من المقسوم
- يتم تكرار ما ذكر في كل مرحلة من مراحل القسمة.

مثال :-

اجر العملية الآتية :-

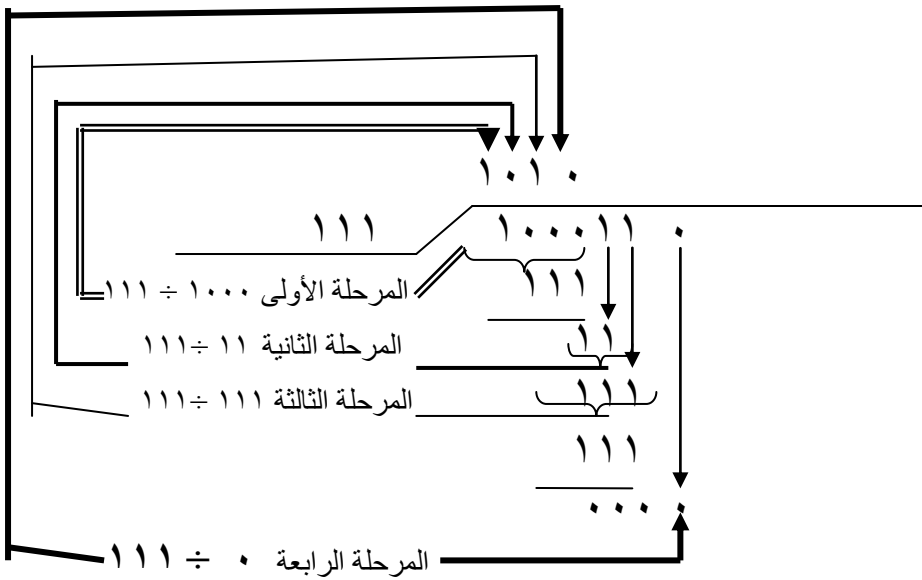
$$2(111) \div 2(100011)$$



مثال :-

اجر العملية الآتية :-

$${}_2(11.1) \div {}_2(100011)$$



$$1010 =$$

لاحظ أننا تخلصنا من الفاصلة بتحريكها خانة نحو اليمين في كل من المقسوم و المقسوم عليه ليصبح المقسوم عليه عدداً صحيحاً تماماً مثل المقسوم $(111) \div (1000110)$.

■ في كثير من الأحيان نلجأ للتقريب عندما تكثر مراحل القسمة .

تمرين (٢)

١. عرف الحاسوب ؟
٢. ما هو سر تسمية النظام الثنائي بهذا الاسم ؟
٣. حوّل الأعداد العشرية الآتية إلى ثنائية :-
أ - ٦٧.١٢٥ ب - ١٨٨.٧٥ ج - ٢٣٧.٢٣٢
٤. حوّل الأعداد الثنائية الآتية إلى عشرية :
أ - ١١٠١١١.١١٠١ ب - ١٠٠١١.١١ ج - ١٠١١١.١١١
٥. إذا كان لدينا العددين العشريين : أ = ٣٣.٧٥ ، ب = ٥.٦٢٥
اجر العمليات الحسابية الثنائية الآتية :
١ - أ + ب ٢ - أ - ب ٣ - أ × ب ٤ - أ ÷ ب
٦. ما هو أكبر عدد ثنائي يمكن الحصول عليه من ٦ خانات ؟ وما هو مكافئه العشري ؟
٧. اجمع $\frac{1}{9} + \frac{3}{8}$ ثنائياً .
٨. اطرح ٩.٦٢٥ من ١٣.٥ ثنائياً.
٩. أوجد ناتج الضرب ثنائياً : 10.5×15
١٠. أقسم ثنائياً ٢٥.٥ ÷ ٤
١١. أوجد أكبر عدد ثنائي زوجي مكوّن من ٨ خانات ثم أوجد مكافئه العشري.
١٢. أوجد أكبر عدد ثنائي فردي مكوّن من ٧ خانات. ثم أوجد مكافئه العشري.
١٣. رتب الأعداد الثنائية الآتية تصاعدياً :
١١١ - ١٠١٠١ - ١١١١١ - ١٠١١١ - ١١٠٠٠